240. Fandiño Pinilla M. I. (2014). “Matematica del quotidiano” e linguaggio comunicativo in matematica. In: D’Amore B., Sbaragli S. (Editors) (2014). Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica. Atti del Convegno Nazionale “Incontri con la Matematica”, n. 28, Castel San Pietro Terme (Bo), 7-9 novembre 2014, *Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora. 137-140. ISBN: 88-371-1901-1.

La “matematica del quotidiano” e il linguaggio comunicativo in matematica

Martha Isabel Fandiño Pinilla
NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna
http://www.incontriconlamatematica.net/sitoufficialebm/index.php
www.dm.unibo.it/rsddm

Nei primi giorni di maggio di pochi anni fa ho avuto occasione di partecipare come relatrice al *Simposio de Educación Matemática* a Chivilcoy (Argentina), diviso in tre sessioni. La sera dell’inaugurazione, la cerimonia di apertura prevedeva una tavola rotonda sul tema: *La matematica del quotidiano,* alla quale partecipavano, con la responsabilità di brevi interventi per impostare la successiva discussione, Maria Salett Biembengut (Brasile), Ubiratan D’Ambrosio (Brasile) [presidente onorario], Bruno D’Amore (Italia) [presidente onorario] e Fredy E. Gonzalez (Venezuela). Fungeva da moderatore Jorge Sagula (Argentina) [presidente della organizzazione].
In queste occasioni, si sa, i tempi sono brevissimi, soprattutto allo scopo di dare ampio spazio alla discussione. Può dunque capitare che un’idea, considerata da chi la espone come “interessante”, venga compressa per darle spazio nei pochi minuti a disposizione.
Accadde quella sera che tutti e tre i relatori sudamericani accentrassero la loro attenzione sull’interpretazione più ovvia del tema, illustrando dunque molteplici esempi di occasioni quotidiane nelle quali emerge il bisogno, la funzione, la presenza della matematica, dalle più elementari alle più sofisticate e complesse. Fu quindi inattesa, ed in un certo senso sorprendente, la proposta fatta per ultima dall’unico oratore non sudamericano, che tentava di riportare l’attenzione dei presenti (ricercatori universitari, professori di scuole di vari livelli, dunque *tutti* insegnanti), sulla didattica, con le due seguenti banali considerazioni:

- per gli studenti tra i 6 ed i 18 anni, il “quotidiano” è quasi tutto giocato a scuola o parlando di scuola (in casa, con gli amici);
- mentre la matematica è per intero vissuta a scuola.

Se c'è una matematica in un quotidiano esterno al mondo della scuola (e tutti sappiamo ovviamente che c'è), questa riguarda in un certo senso più gli insegnanti che non gli studenti. Se ci vogliamo occupare davvero degli studenti e dei loro apprendimenti, dobbiamo ammettere che, nella realtà dei fatti, il binomio "matematica-quotidiano" per gli studenti si focalizza a scuola. Sulla base di questa considerazione venne impostata una breve relazione di 10 minuti, solo orale, non pubblicata, neppure sugli Atti del Convegno. Subito dopo, però, nell'ambito del NRD di Bologna, decidemmo di sviluppare per iscritto, con più calma e con maggior tempo a disposizione, qualche riflessione da proporre come base di discussione ad una "tavola rotonda" questa volta ipotetica: la comunità degli insegnanti (ricercatori e no).
È quanto ci accingiamo a fare in queste pagine, ponendo l'attenzione su due punti che ci sembrano estremamente connessi con le problematiche dell'attuale ricerca in didattica della matematica. Si tratta dei punti che, successivamente, chiameremo 1 ° e 2° punto.
Prima di trattarli espressamente, però, dobbiamo fare ancora cinque considerazioni critiche a proposito di quanto emerge nella letteratura e nella prassi, quando si parla di "matematica del quotidiano".

2. Considerazioni

Considerazione 1. Molti Autori affermano che "la matematica è una conoscenza sociale e culturale" ed è proprio a partire da questa affermazione che alcuni *deducono* che *quindi* la matematica è parte della quotidianità culturale e sociale. A nostro avviso la deduzione è un po' forzata e vuota. Per prima cosa non si sa bene interpretare che cosa sia, in questo caso, una conoscenza "sociale" né una conoscenza "culturale". Riteniamo che, ancora al giorno d'oggi, questa affermazione sia non definita (anche se, in linea di principio, condivisibile). Potrebbe infatti accadere che queste socialità e culturalità restino drammaticamente fuori dal mondo della scuola e relegate a livelli troppo alti, fuori dalla portata sia degli studenti sia degli insegnanti.

Considerazione 2. Fino a poco tempo fa molti affermavano che la quotidianità, come riferimento empirico e semantico, per esempio nella proposta di problemi a scuola, fosse fonte di motivazione per l'apprendimento da parte degli studenti. La cosa si è pian piano sgonfiata, ingenua com'era. Non si sa bene, in questo caso, che cosa sia la quotidianità per gli allievi e la stessa realtà è stata poi da alcuni denominata "realtà-realtà", per distinguerla da una realtà meno... concreta, ma a volte più vicina al vero mondo degli studenti. Bisogna riconoscere che il mondo "reale" dello studente non tiene conto solo del suo "vissuto" concreto, ma pure del vissuto nel quale egli è immerso, a volte fantastico (da un punto di vista adulto) ma accettato come parte della *sua* realtà. Sembrano giochi di parole, ma non è così. La supposta "motivazione" (da non confondere con "volizione") è assai più complessa e non riducibile ad un problema di non ben definita quotidianità.

Considerazione 3. Ci sono già all'orizzonte responsabili della creazione di curricoli che chiedono di "tornare ad una matematica di base" e alcune loro motivazioni di fondo sono, in un certo senso, condivisibili. Essi chiedono nei curricoli una limitazione degli argomenti più astratti; per esempio, dicono, la logica si apprende con l'esperienza, inutile insegnarla. In un certo senso all'interno di questo movimento, si inserisce un filone che spinge per eliminare tutta quella matematica che non ha applicazioni e riscontri diretti nel reale, nel quotidiano. Sarebbe come dire, per esempio, che, siccome sui giornali non appaiono mai le frazioni, è inutile perdere tempo ad insegnarle; sui giornali appare al più la dizione "50%", il che rende inutile insegnare a scrivere ½ . Ora, a nostro avviso, l'apprendimento della matematica a scuola deve tener conto *ragionevolmente* delle basi *necessarie* di competenza culturale. Queste basi vanno apprese a scuola ed è la scuola che se ne deve far carico, responsabilizzando chi crea i curricoli del fatto seguente: decidere quali strumenti di matematica costituiscono *davvero* una base significativa per gli apprendimenti futuri, quelli che poi saranno spesi nel quotidiano.

Considerazione 4. Gli studi di *etnomatematica* ci hanno ampiamente *dimostrato* che esistono una matematica del camionista, del medico, dell'ingegnere, dell'architetto, del contadino, del negoziante, dello sportivo, del confezionatore di cesti, di tappeti etc. Queste matematiche non si apprendono a scuola. Fanno parte sì della quotidianità, ma vengono apprese nell'attività ripetuta di giorno in giorno, grazie alle basi apprese a scuola, oppure apprese nell'apprendistato, oppure apprese per imitazione, oppure semplicemente implicite etc. Sarebbe a nostro avviso un errore culturale l'idea di sostituire la "matematica" con queste "matematiche" locali. Esse possono essere mostrate agli studenti a mo' di esempio, se è vero che destano curiosità ed interesse; ma proseguiranno ad essere apprese poi, da chi ne ha bisogno, "sul campo". Il maratoneta, durante la sua gara di 42195 metri, fa continui calcoli, proporzioni, su distanze, velocità (in realtà i maratoneti non usano la velocità in km/ora ma una velocità$^{-1}$ in minuti/km); ma questa competenza non è stata conquistata sui banchi di scuola, bensì per la strada (letteralmente!). Sarebbe educativamente e culturalmente sbagliato, a nostro avviso, sostituire le basi della matematica curricolare (*basi,* appunto, e dunque sostegno per apprendimenti futuri più elevati) con una serie di apprendimenti locali, cioè settoriali.

Considerazione 5. Una parte della quotidianità dell'allievo, specie se giovane, è la lingua ed il suo funzionamento; e la logica è in gran parte implicita nella gestione di essa. Non si deve mai dimenticare che, insieme agli apprendimenti delle singole materie (la matematica, per esempio), lo studente sta contemporaneamente apprendendo ad usare sia la lingua specifica di ciascuna di esse, sia la logica specifica di ciascuna materia, che si potrebbe pensare come la coppia (argomenti specifici di quella materia; lingua adatta per esprimerli e per esprimerne le argomentazioni specifiche).
In un apprendimento concettuale, possiamo prendere due strade interpretative, quella diciamo così delle terne, alla Vergnaud, o quella diciamo cosi delle coppie, alla Duval (D'Amore, 2001a, b).
Vergnaud suggerisce una definizione di concetto che possiamo illustrare come segue: un concetto è una terna di insiemi C = (S, I, S), dove:

- S é l'insieme delle situazioni che danno senso al concetto (il *referente*);
- I è l'insieme degli invarianti sui quali si basa l'operatività degli schemi (il *significato*);
- S é l'insieme delle forme linguistiche e non linguistiche che permettono di rappresentare simbolicamente il concetto, le sue procedure, le situazioni e le procedure di trattazione (il *significante*).

Si tratta dunque di mettere in evidenza in maniera fortemente significativa il linguaggio (inteso in senso vasto, ma con grande prevalenza della lingua naturale) nel quale ci si esprime.
Nel sentiero tracciato da Duval, invece, la nozione di concetto, preliminare o comunque prioritaria in quasi tutti gli Autori, diventa secondaria, mentre ciò che assume carattere di priorità è la coppia (*sistema di segni, oggetto*). Ora, il *segno è* tipico di e riferibile a un registro semiotico. È ben noto, infatti, che la scelta dei tratti rappresentativi di un concetto è correlata al registro semiotico scelto (e viceversa); e che una volta scelta una *rappresentazione semiotica* di un concetto all'interno di un particolare registro semiotico, diventa fondamentale negli studi sull'apprendimento concettuale (noetica) la coppia di trasformazioni: *trattamento* e *conversione.* La prima è il passaggio da una rappresentazione all'altra, ma all'interno di uno stesso registro semiotico; la seconda è il passaggio da una rappresentazione all'interno di un registro ad un'altra in un altro registro. Ora, si pensi al caso in cui uno dei registri semiotici sia la lingua comune mentre l'altro è un registro semiotico specifico della matematica, meglio ancora: di un certo settore della matematica; e si pensi a quale sforzo metasemiotico deve fare lo studente per raccapezzarsi in trasformazioni di registri che, da una parte, *sembrano* coinvolgere la quotidianità mentre, dall'altra parte, solo... le attese dell'insegnante, depositario della cultura e rappresentante dell'istituzione, arbitro e giudice, cui spetta la valutazione.
Ecco, nel considerare il quotidiano, il che sembrava tanto semplice e senza complicazioni, non si può non chiamare in causa un discorso come questo.

1° punto: «Mi scusi, professore, a che cosa serve...?»

Riteniamo che questa domanda, fatta da parte di uno studente al proprio insegnante di matematica, sia una delle domande più legittime e serie. Alcuni insegnanti si spazientiscono a questa domanda, sembra quasi che sia lesa la loro grande dignità di profeti della cultura.
Ma esaminiamo la cosa da un punto dì vista "sociale": lo studente sta usando grande parte del proprio tempo, del proprio impegno, dei propri interessi, per costruire (o almeno apprendere) concetti matematici che gli appaiono estranei a qualsiasi riferimento alla vita reale. Quindi egli *deve* sapere, è giusto che sappia, se il suo impegno, il suo tempo, le sue energie hanno o avranno un riscontro nel suo futuro quotidiano, se gli porteranno un beneficio almeno a distanza di tempo... La risposta del professore è talvolta falsa: è falsa la promessa che l'apprendimento matematico sarà spendibile in futuro nella vita quotidiana (noi sappiamo bene che la stragrande maggioranza degli apprendimenti matematici scolastici sono funzionali solo all'interno della scuola) e dunque il professore ricorre a quella parte del contratto le cui clausole si possono chiamare: *fiducia nell'insegnante.* Lo studente, a scuola, riconosce la funzione istituzionale del professore e gli riconosce il compito di scegliere su quali concetti matematici si deve concentrare il curricolo. Ma la promessa che logaritmi, estrazione di radice quadrata, risoluzione di equazioni, formule di prostaferesi,... saranno utili nella vita del quotidiano è falsa, per lo meno nella stragrande maggioranza dei casi. A nostro avviso, le scelte internazionali sulla preparazione dei futuri docenti di matematica dovranno sempre più prendere in esame la spiegazione del perché le scelte del curricolo di matematica siano fatto solo endogeno e quasi per nulla esogeno. Detto in altre parole, va riconosciuto che la maggioranza degli insegnanti di tutto il mondo e di qualsiasi livello:

- non sa rispondere alla domanda dello studente e si rifugia dietro ipotesi educative vaghe e non provate (banalità, stereotipi del genere: «In matematica si allena il ragionamento, si impara a ragionare...»; come se in geografia, in storia, in letteratura, in educazione fisica si imparasse ad essere incoerenti e a sragionare!);
- non ha alternative culturali, replica cioè quel che ha subito da studente e ripropone il modello didattico-culturale più banale, non essendo stato istruito a qualche cosa di diverso.

Il problema di preparare a vedere, a riconoscere la matematica nei contesti più vari deve dunque essere parte della preparazione professionale degli insegnanti per metterli in grado di poter rispondere alla domanda che dà il titolo a questa sezione. Solo a questa condizione si può pensare al problema successivo, che è quello dell'integrazione nel curricolo di matematica di fatti, casi, esempi di applicazione (vera!) della matematica nella vita reale.

2° punto: Il fenomeno della "scolarizzazione dei saperi"

«Con il termine "scolarizzazione del sapere" intendo qui riferirmi a quell'atto in larga misura inconsapevole, attraverso il quale l'allievo, ad un certo punto della sua vita sociale e scolastica (ma quasi sempre nel corso della Scuola Elementare) delega alla Scuola (come istituzione) ed all'insegnante di scuola (come rappresentante dell'istituzione) il compito di *selezionare per lui i saperi significativi* (quelli che lo sono socialmente, per status riconosciuto e legittimato della noosfera), rinunciando a farsi carico diretto della loro scelta in base a qualsiasi forma di criterio personale (gusto, interesse, motivazione,...). Poiché questa scolarizzazione comporta il riconoscimento dell'insegnante come depositario dei saperi che socialmente contano, è anche ovvio che vi è, più o meno contemporaneamente, una scolarizzazione dei rapporti interpersonali (tra studente ed insegnante e tra studente e compagni) e del rapporto tra lo studente ed il sapere: è quel che [...] si chiama "scolarizzazione delle relazioni"» (D'Amore, 1999).
Vediamo questo fenomeno con maggiori dettagli.
Ogni studente porta con sé in aula una "dote" culturale, le proprie competenze matematiche, acquisite nella vita quotidiana, nel suo agire fuori della scuola (in casa, in famiglia, per la strada, nei giochi, nelle relazioni interpersonali, nei piccoli o grandi commerci, negli scambi, nella compra vendita,...).
Ma non è detto che quelle competenze siano accettate dall'insegnante che è il perno della *istituzionalizzazione: è* l'insegnante che decide, fin dal primo giorno di scuola, quali competenze siano accettate in aula, quali costituiscono un patrimonio usabile, quali siano quelle alle quali va il peso della valutazione positiva.
C'è dunque una lotta tra:

- *competenza privata,* acquisita autonomamente dallo studente;
- *competenza scolastica,* fatta acquisire dall'ambiente scuola;

questa lotta può durare a lungo ed essere causa (non sempre esplicita) di malessere, di conflitto, di una sensazione di inadeguatezza dello studente a scuola; oppure può durare poco, se lo studente riconosce ed accetta presto la situazione, rinuncia al proprio bagaglio di competenze maturate esternamente alla scuola, ed accetta la totale dominanza delle competenze scolastiche, dei modi di fare, dei modi di dire che gli vengono proposti (o imposti).
Non stiamo parlando solo di studenti mediocri. Spesso il "bravo studente" è proprio quello che entra presto in questo "gioco", accetta subito la schizofrenia dei saperi ed impara che esistono due tipologie di competenze matematiche: quelle che vuole la scuola per dargli valutazioni positive e quelle "vere", quelle "reali", quelle spendibili fuori dalla scuola.

La problematica della “matematica del quotidiano” consta anche di questa remissione, di questa dominazione. Accettarla sembra essere parte del “mestiere di allievo”.

3. Matematica del quotidiano e didattica della matematica

In entrambe le considerazioni sviluppate nei punti 1° e 2°, molto si potrebbe dire a proposito di:

- *teoria delle situazioni didattiche* [i fenomeni della devoluzione (da parte dell’insegnante) e dell’implicazione personale nel processo di costruzione del sapere (da parte dello studente), sono legati alle situazioni a-didattiche ed hanno forte influenza sulla questione dell’immagine della matematica ed anche sul fenomeno della scolarizzazione];
- *contratto didattico* [l’accettazione di norme (più o meno implicite) è tipico della produzione di contratti di qualsiasi natura];
- *teoria degli ostacoli* [gli ostacoli didattici, quelli per lo più creati proprio dagli insegnanti nel loro tentativo (ingenuo) di evitare difficoltà cognitive agli studenti, sono tipici delle situazioni didattiche]

etc.

Quel che ci preme evidenziare qui è che la vasta problematica della “matematica del quotidiano” è profondamente ìnsita nella ricerca in didattica della matematica modernamente intesa e non si risolve, banalmente, in un elenco di pseudo necessità concrete o peggio ancora in un elenco di “che cosa sarebbe bene insegnare agli studenti”!
Finché non ci abituiamo tutti, e definitivamente, a vedere la didattica della matematica non come un problema di insegnamento, ma come epistemologia dell’apprendimento, ogni contributo, ogni discussione rischia di essere sterile.

4. Diverse componenti dell’apprendimento della matematica

La ricerca in didattica della matematica degli ultimi anni è riuscita ad imporre riflessioni sulle diverse componenti dell’apprendimento e sulle loro reciproche relazioni (Fandiño Pinilla, 2008):

- apprendimento di concetti
- apprendimento di algoritmi
- apprendimento di strategie

- apprendimento della comunicazione matematica
- interazione tra apprendimento e diverse rappresentazioni.

Anche se in modi diversi e con caratterizzazioni che negli anni si sono sempre più approfondite, quel che è relativo a concetti, algoritmi, strategie e rappresentazioni si è diffuso rapidamente nel mondo della scuola, mentre stenta ancora ad entrarvi con l'importanza che merita un serio discorso sulla *comunicazione*. E ciò, nonostante inizino ad apparire anche sul panorama dell'editoria studi che esemplificano il problema, l'attività docente specifica, perfino la valutazione delle azioni degli studenti. Ci riferiamo in particolare al bel libro di Luis Radford e Serge Demers: *Comunicazione in matematica*, presentato a Castel San Pietro Terme durante il XX Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" (con la nostra direzione scientifica), e pubblicato nel 2006 da Pitagora in Bologna.
Questo tipo di problematica è facilmente estendibile a qualsiasi didattica, di qualsiasi disciplina, anche se noi la focalizziamo soprattutto sulla nostra.

5. Linguaggi della matematica in aula

Indaghiamo sull'ampia quantità di linguaggi presenti in aula durante le ore di matematica:
un linguaggio formale specifico della matematica;
un linguaggio dichiarativo orale dell'adulto che ha come oggetto la matematica;
un linguaggio dichiarativo scritto dell'adulto;
un linguaggio dichiarativo orale dell'allievo;
un linguaggio dichiarativo scritto dell'allievo;
un linguaggio di comunicazione, cioè dialogico, dell'adulto diretto all'allievo;
un linguaggio dialogico dell'allievo diretto all'adulto;
un linguaggio dialogico dell'allievo diretto a un suo pari;
ed altri.
Quasi per ciascuno di questi, si possono distinguere diversi registri semiotici, oltre a quelli impliciti nei precedenti: schemi, diagrammi, figure… in grande quantità e talvolta anche differenziati tra loro.
In questa *babele* linguistica, bisogna sempre tenere presente che:

- l'adulto, che ha già concettualizzato, avendo l'oggetto matematico precisamente in mente, può permettersi di cambiare continuamente di registro linguistico tanto, "a monte", sa bene che si tratta pur sempre di rappresentazioni diverse dello stesso concetto;
- ma l'allievo, proprio in quanto tale, non ha a disposizione il concetto che il maestro vuol fargli costruire; l'allievo ha a disposizione solo le

rappresentazioni: finisce dunque con il confondere il concetto astratto (tutti i concetti della matematica sono tali) con le sue rappresentazioni concrete (tutte le rappresentazioni sono concrete).

6. Qualche esempio

Si può confondere il concetto di numero con le rappresentazioni del numero. Per esempio:

3 III /// ∴ three

1 2 3

sono tutti simboli diversi, tutte rappresentazioni semiotiche diverse dello stesso oggetto matematico.
Si presenta a dei bambini un cubo, mostrando loro un oggetto tridimensionale a forma di cubo, di legno, rosso. I cubi sono rossi? Che tipo di astrazione bisogna saper fare, per giungere al vero concetto di cubo?
Si presenta a dei bambini un disegno come questo sulla lavagna:

e lo si chiama "segmento"; in realtà siamo di fronte a due rappresentazioni semiotiche del concetto di segmento; una rappresentazione figurale ed una linguistica orale (la parola appena pronunciata). Quale delle due "è" il segmento? Nessuna delle due; ciascuna delle due è una rappresentazione, non è il segmento.
E così via.

7. Conseguenze possibili sul piano didattico

Questo tipo di problematiche possono anche non affettare immediatamente in modo negativo l'attività didattica nella primaria, ma si rivelano mortali più avanti, nel seguito della carriera scolastica.
Due esempi.

Un tondino nero è o non è un punto? Se lo è, ha un diametro, ha delle misure che lo fanno diventare una figura piana. Come possa essere allora il costituente di una retta, è un fatto misterioso, del quale lo studente non si rende conto. Ma quando, nella scuola media, dovrà necessariamente parlare di *densità*, per esempio per dire che tra due frazioni qualsiasi ce n'è sempre un'altra, allora la rappresentazione delle frazioni sulla retta numerica diventerà un ostacolo totale alla comprensione di quel concetto. Un gioco di rappresentazioni mal fatto, sarà stato interpretato come il concetto matematico, senza possibilità di uscita.

L'angolo è uno dei più difficili concetti geometrici di cui appropriarsi; le sue rappresentazioni nella scuola primaria possono creare ostacoli insormontabili al suo apprendimento. L'errore didattico sta nel gioco di rappresentazioni cui si ricorre, senza dialogo, senza passaggi comunicativi, ma solo proposte (anzi imposte) ed accolte.

8. La comunicazione come metodo didattico e per favorire costruzione di pensiero

Sappiamo oggi che è necessario comunicare la matematica non solo nelle due direzioni classiche: adulto che spiega all'allievo, allievo che risponde alle domande dell'insegnante, ma soprattutto, tra pari. Gli studenti devono comunicare tra loro, avendo come oggetto della comunicazione la matematica; devono scrivere di matematica così come si scrive un tema in italiano, accompagnando le frasi con disegni, con gesti, con schemi, in modo spontaneo, il più possibile efficace. Lo scambio comunicativo tra pari serve soprattutto a ridimensionare il problema dell'incomprensione della differenza tra oggetto matematico e sue rappresentazioni possibili.
Volendo comunicare la propria matematica, lo studente dovrà per forza scegliere delle rappresentazioni: in lingua orale, per iscritto, con schemi, disegni… rendendosi conto in modo esplicito che ciascuno di questi NON è l'oggetto, ma la rappresentazione dell'oggetto che serve a comunicare al suo compagno.
Ecco allora che la comunicazione si presenta con una duplice veste:

- da un lato come obiettivo esplicito da raggiungere, come abbiamo visto all'inizio, in quanto componente fondamentale dell'apprendimento matematico;
- dall'altro come strumento efficace per eliminare o ridurre il più possibile le confusioni tra concetto matematico e sue rappresentazioni.

La ricerca didattica degli ultimi anno ha speso molte delle sue energie su questo fronte; ci pare sia ora così fondato, che si deve affrontare il passo successivo, quello concreto, di far entrare nelle aule questo tipo di analisi, di ragionamenti, di strumenti per raggiungere lo scopo che tutti noi auspichiamo: un maggiore e migliore apprendimento della matematica da parte dei nostri allievi, cittadini di un domani che richiederà sempre più questo tipo di competenza.

Bibliografia

D'Amore B. (1999). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276.

D'Amore B. (200la). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica.* 1, 4-30.

D'Amore B. (2001b). Concettualizzazione, registri di rappresentazioni semiotiche e noetica. Interazioni costruttivistiche nell'apprendimento dei concetti matematici e ipotesi su alcuni fattori che inibiscono la devoluzione. *La matematica e la sua didattica.* 2, 150-173.

Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.

Radford L., Demers S. (2006). *Comunicazione in matematica*. Bologna:L Pitagora.

Per i termini tecnici della didattica della matematica qui utilizzati, si può vedere:

D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica.* Bologna: Pitagora.